

звести до спотворених результатів. Розв'язки, що отримано для розглянутого у статті прикладу, наочно ілюструють важливість врахування геометричної нелінійності і у задачах на повзучість для наближення математичної моделі об'єкту до його реального змісту.

**Список літератури:** 1. *Работнов Ю.Н.* Ползучесть элементов конструкций. – М., Наука, 1966. – 752 с. 2. *Naumenko K.* On the use of the first order shear deformation models of beams, plates and shells in creep life-time estimations // *Tech. Mech.*, 20, (2000). – P. 215-226. 3. *Altenbach H., Morachkovsky O., Naumenko K., Sychov A.* Geometrically nonlinear bending of thin-walled shells and plates under creep - damage conditions // *Arch. Appl. Mech.*, 67, (1997). – P. 339-352. 4. *Качанов Л.М.* Основы механики разрушения. – М.: Наука, 1974. – 311 с. 5. *Рикарде Р.Б.* Метод конечных элементов в теории оболочек и пластин. – Рига: Зинатне, 1988. – 284 с. 6. *Морачковский О.К., Замула О.О.* Метод розв'язування задач повзучості геометрично нелінійних оболонок обертання // *Вісник НТУ «ХП»*. Збірка наукових праць. Харків: – 2004. – Вип.31. – С. 123-127. 7. *Мяченков В.И., Фролов А.Н., Кармишин А.В. и др.* Статика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций. – М.: Машиностроение, 1975. – 376 с.

*Надійшла до редколегії 30.06.2005*

УДК 539.3

**С.П.ИГЛИН**, канд.техн.наук, НТУ «ХПИ», Харьков, Украина  
**А.Е.КУЛАЧЕНКО**, Ph. D., Mid Sweden University, Sundsvall, Sweden  
**А.М.СЯРОВ**, канд.техн.наук, Экономический университет, Варна, Болгария

## **СЖАТИЕ ГИБКОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ДУМЯ ПЛОСКОСТЯМИ**

Розв'язана задача про стиснення абсолютно гнучкої сферичної оболонки, накачаної газом, між двома площинами. Враховуються великі прогини, зменшення товщини оболонки при її розтягненні та нелінійні фізичні співвідношення. Початковий радіус надуті оболонки знаходиться з розв'язання системи нелінійних рівнянь. Процес стискання проводиться крок за кроком, з лінеаризацією рівнянь на кожному кроці. Наведений числовий приклад.

The problem about tightening between two plains of an absolutely flexible spherical shell, pumped by gas, is decided. The large displacements, decrease of a shell thickness in a process of its tension and non-linear physical ratios are allowed. Primary radius of a pumped shell receives from a solution of a system of non-linear equations. The compression process is carried out step by step, with a linearization of equations on each step. The numerical example is presented.

### **1. Постановка задачи**

Предметом исследования в данной статье является абсолютно гибкая сферическая оболочка, толщина которой в ненагруженном состоянии постоянна. Ее материал воспринимает только растягивающие усилия и не работает на сжатие, изгиб и сдвиг. Вначале она накачивается газом и находится под внутренним давлением. Затем оболочка сжимается между двумя плоскостями. Исследуется поведение такой оболочки в процессе сжатия. Целью иссле-

дования является нахождение ее прогиба при заданной величине сжимающей силы, максимальной интенсивности напряжений в ней, максимальной силы, которую она может выдержать. Подобные задачи возникают при проектировании элементов пассивной безопасности автомобилей, пневматических амортизаторов при сбрасывании предметов с высоты и в других областях.

Вывод основных уравнений теории гибких пластин и оболочек рассмотрен в [1]. Один из вариантов расчета для осесимметричного случая есть в [2]: там задача решается путем интегрирования системы дифференциальных уравнений вдоль меридиана. В [3-7] рассмотрены различные приложения данной задачи: надувные тела, мембраны, воздушные подушки, для расчета которых применяется метод конечных элементов.

В настоящей работе предлагается метод последовательного нагружения, который для сферической оболочки является более простым, чем описанные в литературе. Решение задачи разбивается на два этапа в соответствии с деформированием оболочки. На первом этапе, при закачивании оболочки газом, она остается сферической, и ее напряженно-деформированное состояние определяется решением соответствующей системы уравнений. На втором этапе сжимающие плоскости сдвигаются, и малому сближению плоскостей соответствует малое изменение всех параметров напряженно-деформированного состояния. Все уравнения, описывающие поведение оболочки и газа в ней, варьируются в окрестности текущего состояния. Таким образом, поведение оболочки в следующий момент деформирования находится методом последовательной линеаризации.

## 2. Обозначения

В статье используются следующие обозначения, которые приведены ниже в алфавитном порядке:

- $a$  [ $\text{Па}^{1/2} \cdot \text{м}^3/\text{моль}$ ] – постоянная уравнения Ван-дер-Ваальса;
- $b$  [ $\text{м}^3/\text{моль}$ ] – постоянная уравнения Ван-дер-Ваальса;
- $E$  [ $\text{Па}$ ] – модуль упругости;
- $E$  [ $\text{Н}$ ] – сжимающая сила;
- $f_h$  [ $\text{м}$ ] – функция, описывающая зависимость толщины оболочки  $h$  от других параметров;
- $f_\sigma$  [ $\text{Па}$ ] – функция, описывающая зависимость напряжения  $\sigma$  в сферической оболочке от других параметров;
- $f_{i\sigma}$  [ $\text{Па}$ ] – функция, описывающая зависимость меридионального напряжения  $\sigma_1$  от других параметров;
- $f_{2\sigma}$  [ $\text{Па}$ ] – функция, описывающая зависимость окружного напряжения  $\sigma_2$  от других параметров;
- $h$  [ $\text{м}$ ] – переменная толщина деформированной оболочки;
- $h_0$  [ $\text{м}$ ] – начальная толщина оболочки;
- $i$  [1] – номер точки или участка меридиана;
- $k_1$  [ $\text{м}^{-1}$ ] – кривизна оболочки в меридиональном направлении;

- $k_2 [\text{м}^{-1}]$  – кривизна оболочки в окружном направлении;
- $l [\text{м}]$  – длина элемента;
- $m [\text{кг}]$  – масса газа в оболочке;
- $n [1]$  – общее количество участков, на которые разбивается меридиан при дискретизации задачи;
- $p [\text{Па}]$  – давление газа в оболочке;
- $R = 8,314 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{моль})$  – универсальная газовая постоянная;
- $R_1 [\text{м}]$  – радиус кривизны оболочки в меридиональном направлении;
- $R_2 [\text{м}]$  – радиус кривизны оболочки в окружном направлении;
- $r [\text{м}]$  – радиус сферической оболочки после ее накачки;
- $r_0 [\text{м}]$  – начальный радиус сферической оболочки;
- $S [\text{м}^2]$  – площадь элемента оболочки;
- $T [\text{К}]$  – температура газа;
- $T_1 [\text{Н/м}]$  – растягивающее усилие в меридиональном направлении;
- $T_2 [\text{Н/м}]$  – растягивающее усилие в окружном направлении;
- $V [\text{м}^3]$  – объем газа внутри оболочки;
- $x [\text{м}]$  – радиальная координата оболочки;
- $y [\text{м}]$  – осевая координата оболочки;
- $\alpha [\text{рад}]$  – угол наклона меридиана к оси  $Ox$ ;
- $\Delta [\text{м}]$  – перемещение сжимающей плоскости;
- $\delta [1]$  – бесконечно малое приращение любой величины;
- $\varepsilon [1]$  – деформация в сферической оболочке;
- $\varepsilon_1 [1]$  – деформация в меридиональном направлении;
- $\varepsilon_2 [1]$  – деформация в окружном направлении;
- $\lambda_1 [1]$  – относительное удлинение в меридиональном направлении;
- $\lambda_2 [1]$  – относительное удлинение в окружном направлении;
- $\mu [\text{кг/моль}]$  – молярная масса газа;
- $\nu [1]$  – коэффициент Пуассона;
- $\sigma [\text{Па}]$  – растягивающее напряжение в сферической оболочке;
- $\sigma_0 [\text{Па}]$  – максимально допустимое напряжение при простом растяжении;
- $\sigma_1 [\text{Па}]$  – растягивающее напряжение в меридиональном направлении;
- $\sigma_2 [\text{Па}]$  – растягивающее напряжение в окружном направлении.

### 3. Начальное нагружение оболочки

Пусть начальный радиус сферической оболочки  $r_0$ , а толщина  $h_0$ . В нее закачивается заданное количество (масса) газа  $m$ , объем которого при атмосферном давлении больше внутреннего объема оболочки в исходном состоянии. В результате этого она растягивается до радиуса  $r$ , а толщина ее уменьшается до  $h$ . Газ в ней будет иметь давление  $p$ , а в материале оболочки возникает растягивающее напряжение  $\sigma$ . На этом этапе напряженно-деформированное состояние оболочки остается сферически-симметричным, поэтому

любой малый ее элемент испытывает равномерное растяжение во всех направлениях, а толщина  $h$  будет постоянной. Состояние оболочки перед приложением сжимающей силы  $F$  показано на рис. 1.

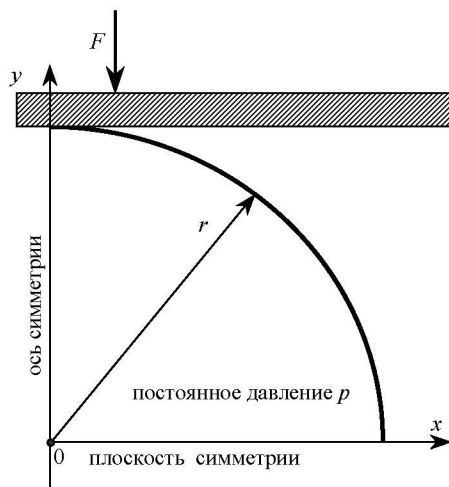


Рисунок 1 – Исходное состояние накаченной сферической оболочки

Напряженно-деформированное состояние оболочки после ее закачивания газом определяется следующими соотношениями:

- уравнением состояния газа:

$$\left( p + \left( \frac{ma}{\mu V} \right)^2 \right) \left( V - \frac{mb}{\mu} \right) = \frac{m}{\mu} RT; \quad (1)$$

- заданным законом изменения толщины в зависимости от радиуса и коэффициента Пуассона:

$$h = f_h(h_0, r_0, r, \nu); \quad (2)$$

- соотношением между внутренним объемом оболочки и ее радиусом:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3; \quad (3)$$

- уравнением равновесия бесконечно малого элемента оболочки:

$$\frac{2\sigma h}{r} = p; \quad (4)$$

- физическим законом деформирования:

$$\sigma = f_\sigma(\varepsilon, E, \nu, \sigma_0) \quad (5)$$

- и выражением для деформации:

$$\varepsilon = \frac{r}{r_0} - 1. \quad (6)$$

Неизвестными величинами в этих шести уравнениях являются  $p$ ,  $V$ ,  $r$ ,  $h$ ,  $\sigma$  и  $\varepsilon$ , то есть система замыкается. Для ее решения вначале подставим (6) в (5), а затем полученное выражение и (2) в (4):

$$\frac{2f_\sigma \left( \frac{r}{r_0} - 1, F, v, \sigma_0 \right) f_h(h_0, r_0, r, v)}{r} = p. \quad (7)$$

Теперь в уравнение Ван-дер-Ваальса (1) подставим выражение (7) для  $p$  и (3) для  $V$ :

$$\left( \frac{2f_\sigma \left( \frac{r}{r_0} - 1, F, v, \sigma_0 \right) f_h(h_0, r_0, r, v)}{r} + \frac{9m^2 a^2}{16\mu^2 \pi^2 r^6} \right) \left( \frac{4\pi r^3}{3} - \frac{mb}{\mu} \right) = \frac{m}{\mu} RT. \quad (8)$$

Если задать конкретные выражения для закона изменения толщины (2) и физического закона деформирования (5), то полученное уравнение (8) можно рассматривать как неявную зависимость радиуса  $r$  от массы  $m$ . Решив это нелинейное уравнение, найдем  $r(m)$ . Затем можно вычислить давление  $p$  и напряжение  $\sigma$ .

#### 4. Сжатие оболочки

После закачивания газа в оболочку на нее давит с силой  $F$  плоская площадка достаточных размеров. Будем предполагать, что площадка все время остается горизонтальной и перемещается вертикально, а сила приложена квазистатически. Напряженно-деформированное состояние оболочки при таком деформировании перестает быть сферически симметричным, но остается осесимметричным. Горизонтальная плоскость симметрии также сохранится (рис. 2). В данной работе считается, что на плоскости контакта материал оболочки прилипает к давящей поверхности. Возможны и другие варианты контакта оболочки со сжимающими плоскостями: отсутствие трения или трение с заданным коэффициентом. Здесь они не рассматриваются: это может быть предметом дальнейших исследований. Сила  $F$  сдавливает оболочку на величину  $\Delta$ . Система координат привязана в плоскости и оси симметрии, поэтому на рис. 2 указано сдавливание  $\Delta/2$ .

При заданной величине сдавливания  $\Delta$  неизвестными являются форма меридиана вне площадки контакта, толщина  $h$  и давление газа  $p$ . Другие величины могут быть найдены через них. Например, объем  $V$  определяется формой меридиана, сила  $F$  – давлением  $p$  и радиусом площадки контакта (то есть опять-таки формой меридиана), и т.д. Для определения неизвестных у нас есть следующие уравнения:

- уравнение состояния газа (1);
- уравнение равновесия бесконечно малого элемента деформированной поверхности осесимметричной оболочки:

$$\frac{T_1}{R_1} + \frac{T_2}{R_2} = p; \quad (9)$$

- выражение для растягивающего усилия в меридиональном направлении:

$$T_1 = \frac{px}{2 \sin \alpha}; \quad (10)$$

- выражения для кривизн и радиусов кривизн:

$$k_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{d\alpha}{dl}; \quad k_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{\sin \alpha}{x}; \quad (11)$$

- соотношения между усилиями и деформациями (физический закон деформирования):

$$T_1 = hf_{1\sigma}(\epsilon_1, \epsilon_2, E, \nu, \sigma_0); \quad T_2 = hf_{2\sigma}(\epsilon_1, \epsilon_2, E, \nu, \sigma_0); \quad (12)$$

- связь между деформациями и относительными удлинениями:

$$\lambda_1 = 1 + \epsilon_1; \quad \lambda_2 = 1 + \epsilon_2; \quad (13)$$

- зависимость толщины от относительных удлинений и коэффициента Пуассона:

$$h = f_h(\lambda_1, \lambda_2, \nu); \quad (14)$$

- граничные условия в начальной и конечной точках.

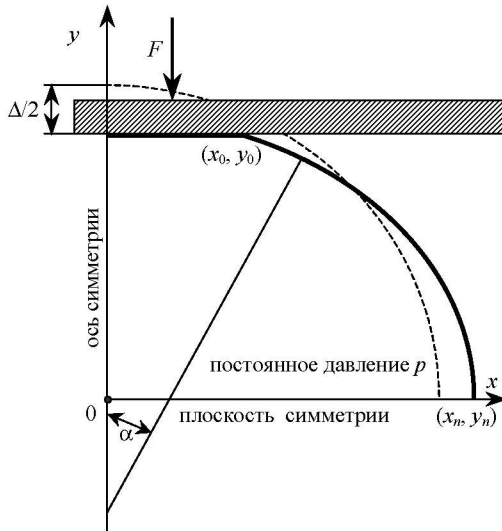


Рисунок 2 – Деформированное состояние оболочки

При изменении сжатия  $\Delta$  на малую величину  $\delta\Delta$  каждый из параметров напряженно-деформированного состояния также изменяется на малую величину, при этом вышеуказанные соотношения между ними сохраняются. Поэтому при малом дополнительном сжатии можно проварьировать все уравнения и перейти тем самым к линейной системе уравнений. Для этого дискретизируем задачу: разобьем криволинейный участок меридиана на  $n$  малых прямых отрезков, и обозначим координаты узловых точек  $x_i$  и  $y_i$  (всего имеем  $n+1$  точек, крайние показаны на рис. 2). На каждом шаге решения задачи имеем  $2n+3$  неизвестных: приращения координат всех точек  $\delta x_i$ ,  $\delta y_i$  и приращение давления  $\delta p$ . Для их определения у нас есть такие проварьированные уравнения:  $n$  уравнений (9) (по одному на каждом участке),  $n$  уравнений (10), также по одному на каждом участке, и уравнение состояния газа (1) – всего  $2n+1$  уравнение. Еще 2 уравнения дают граничные условия:  $\delta x_0=0$  (отсутствие скольжения между оболочкой и сжимающей плоскостью) и условие симметрии  $\delta y_n=0$ .

Разрешающая система уравнений выводится следующим образом. Приращения координат узловых точек  $\delta x_i$ ,  $\delta y_i$  вызывают приращения длины  $\delta l_i$  и угла поворота меридиана  $\delta\alpha_i$ , как показано на рис. 3. Изменяется также толщина оболочки на данном участке.

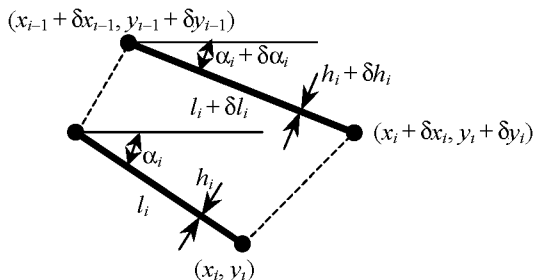


Рисунок 3 – Деформирование участка меридиана

Длина элемента  $l_i$  и угол наклона меридиана  $\alpha_i$  выражаются известными геометрическими соотношениями, которые могут быть проварьированы. Так мы вычисляем  $\delta l_i$ ,  $\delta \alpha_i$  и  $\delta V$ . Величины  $\delta l_i$  и  $\delta \alpha_i$ , в свою очередь, вызывают изменения кривизн  $\delta k_{1i}$  и  $\delta k_{2i}$ . Их находим, варьируя уравнения (11). Приращения относительных удлинений в меридиональном и окружном направлениях  $\delta \lambda_{1i}$  и  $\delta \lambda_{2i}$  вычисляем, зная удлинение участка меридиана в обоих направлениях из рис. 3. Далее, варьируя (14), находим приращение толщины  $\delta h_i$ , а из варьирования (12) –  $\delta T_{1i}$  и  $\delta T_{2i}$ . Все найденные приращения являются в конечном счете линейными комбинациями  $\delta x_i$ ,  $\delta y_i$  и  $\delta p$ . Подставляем их в проварьированные уравнения (9, 10) (по одному на каждом из  $n$  участков) и (1) (одно уравнение). Из-за квазистатического приложения сжимающей силы  $F$

при варьировании уравнения Ван-дер-Ваальса (1) температуру  $T$  считаем постоянной. Таким образом, получаем систему линейных однородных алгебраических уравнений относительно неизвестных  $\delta x_i$ ,  $\delta y_i$  и  $\delta p$ . Всего здесь  $2n + 1$  уравнений относительно  $2n + 3$  неизвестных. Еще два уравнения дают граничные условия:  $\delta x_0 = 0$  и  $\delta y_n = 0$ .

Тривиальное решение полученной однородной системы отражает тот очевидный факт, что данная пневмомеханическая система находится в равновесии. Для получения нетривиального решения нужно задать значения некоторых переменных и отбросить соответствующие уравнения. На каждом этапе последовательного нагружения мы даем такую величину сдвигания  $\Delta/2$ , при которой еще один участок меридиана начинает соприкасаться с плоскостью. Поэтому мы задаем  $\delta y_0 = y_1 - y_0$  и  $\delta y_1 = 0$ . Вычислив правую часть системы уравнений при этих значениях переменных, и ограничив соответствующие степени свободы в матрице коэффициентов, находим все остальные приращения.

После пересчета координат меридиана можно найти толщины  $h_i$ , усилия  $T_{1i}$  и  $T_{2i}$ , напряжения  $\sigma_{1i}$  и  $\sigma_{2i}$ , давление  $p$ , сжимающую силу  $F$ , ее работу при сжатии оболочки и другие параметры.

## 5. Численный пример

В качестве примера рассмотрим сферическую оболочку с начальными размерами:  $r_0 = 0.1$  м;  $h_0 = 10^{-3}$  м. Она наполняется азотом с  $\mu = 28 \cdot 10^{-3}$  кг/моль при  $T = 300$  К. Для этого газа постоянные уравнения Ван-дер-Ваальса  $a^2 = 0,1408$  м<sup>6</sup>Па/моль<sup>2</sup>;  $b = 39,13 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>/моль. Материал оболочки полагаем изотропным. Закон деформирования (12) аппроксимируется кривой, предложенной в [8]:

$$\begin{cases} T_1 = \frac{\sigma_0 h}{1 - \nu^2} \left( 1 - \exp \left( -\frac{E(\varepsilon_1 + \nu \varepsilon_2)}{\sigma_0} \right) \right); \\ T_2 = \frac{\sigma_0 h}{1 - \nu^2} \left( 1 - \exp \left( -\frac{E(\varepsilon_2 + \nu \varepsilon_1)}{\sigma_0} \right) \right); \end{cases} \quad (15)$$

где  $\sigma_0 = 8 \cdot 10^5$  Па;  $E = 10^6$  Па;  $\nu = 0,45$ . Будем считать, что зависимость (15) описывает упругое деформирование только до некоторого предела, меньшего  $\sigma_0$ , а далее наступают пластические деформации. Мы рассматриваем только упругие деформации, и считаем, что материал хорошо растягивается, поэтому примем величину  $0,99\sigma_0$  как допускаемое напряжение при одноосном напряженном состоянии.

Для закона изменения толщины (14) примем следующую гипотезу. Известно, что при  $\nu = 0$  толщина оболочки при растяжении вообще не меняется, а при  $\nu = 0,5$  постоянным остается объем малого элемента. Будем считать, что при промежуточных значениях  $\nu$  имеет место линейная зависимость от  $\nu$  между этими двумя крайними случаями:



$$h_i + \delta h_i = (1 - 2\nu)h_i + 2\nu \frac{h_i S_i}{S_i + \delta S_i}; \quad (16)$$

где площадь элемента  $S_i$  вычисляется в соответствии с рис. 3 как боковая поверхность усеченного конуса.

Для сферически-симметричного напряженно-деформированного состояния  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ ;  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ ; и тогда из (15) имеем:

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{1 - \nu^2} \left( 1 - \exp \left( - \frac{E(1 + \nu)\varepsilon}{\sigma_0} \right) \right). \quad (17)$$

Закон изменения толщины (16) для частного случая сферически-симметричного напряженно-деформированного состояния имеет вид:

$$h = (1 - 2\nu)h_0 + \frac{2\nu h_0 r_0^2}{r^2}. \quad (18)$$

Нелинейное уравнение (8) при заданных функциях (17,18) решалось численно при различных значениях подаваемой массы воздуха  $m$  до тех пор, пока интенсивность напряжений в оболочке не достигала величины  $0,99 \sigma_0 / (1 - \nu^2)$ . На рис. 4 показана зависимость радиуса  $r$  от массы закаченного воздуха  $m$ , на рис. 5 – давление в оболочке, а на рис. 6 – напряжение. Предельное состояние, соответствующее  $\sigma = 0,99 \sigma_0 / (1 - \nu^2)$ , достигается при  $m = 2,011$  г. Оно отмечено на каждом из рисунков точкой.

Начиная примерно с  $m = 0,5$  г, растяжение оболочки ускоряется и сопровождается уменьшением давления в ней.

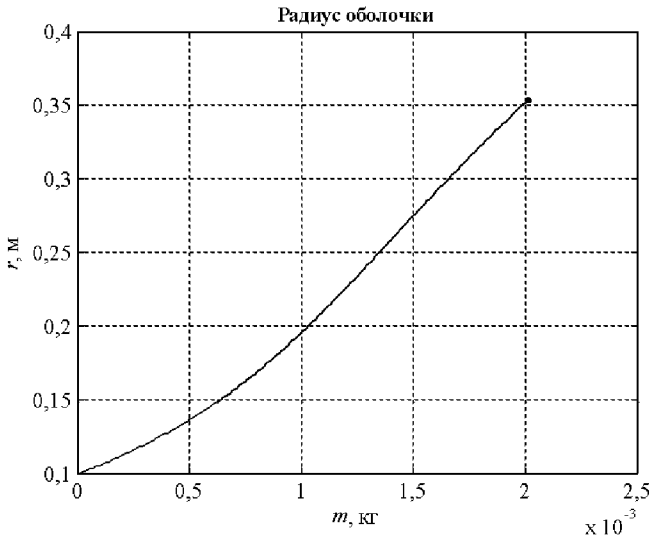


Рисунок 4 – Зависимость радиуса оболочки  $r$  от массы закаченного газа  $m$

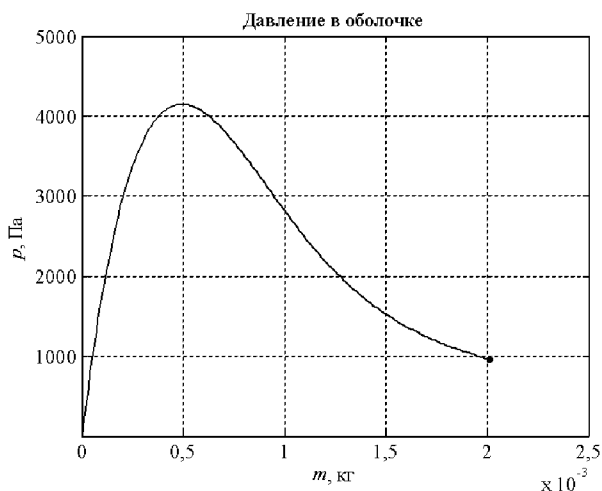


Рисунок 5 – Зависимость давления в оболочке  $p$  от массы закаченного газа  $m$

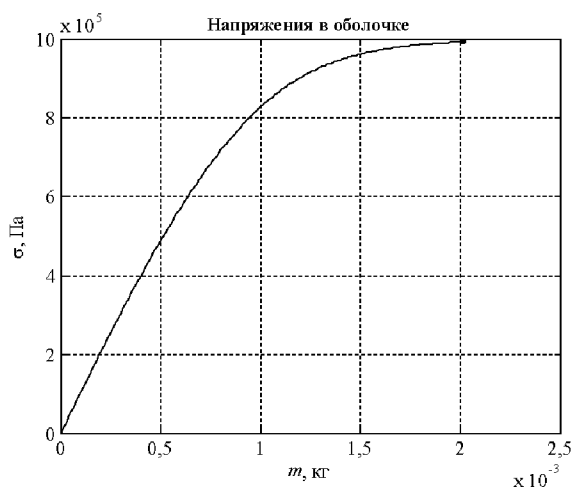


Рисунок 6 – Зависимость напряжений в оболочке  $\sigma$  от массы закаченного газа  $m$

Учитывая, что при  $m = 2,011$  г наступает разрыв оболочки даже без предварительного сжатия, количество газа в ней было ограничено величиной  $m = 1,95$  г, что соответствует ее растяжению примерно в 3,5 раза. Для такой оболочки была решена задача о сжатии ее двумя плоскостями. Первоначальный меридиан (четверть окружности) разбивался на  $n = 20$  участков, и на каждом шаге последовательного нагружения очередной участок прилипал к давящей плоскости. Сдавливание проводилось до тех пор, пока максимальная интенсивность напряжений не превышала предельно допустимое напряжение.

Результаты приведены на рис. 7-10. Разрыв оболочки везде отмечен точкой.

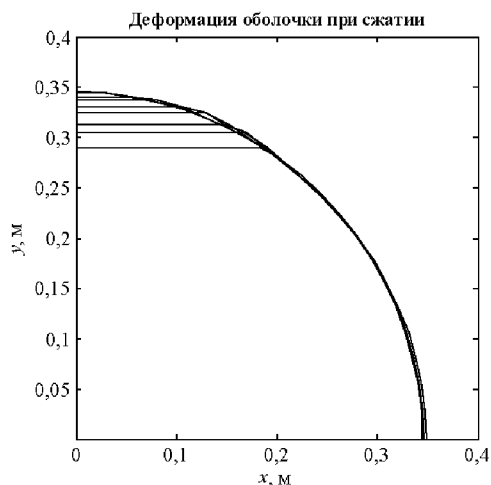


Рисунок 7 – Изменение формы меридиана при сжатии сферической оболочки

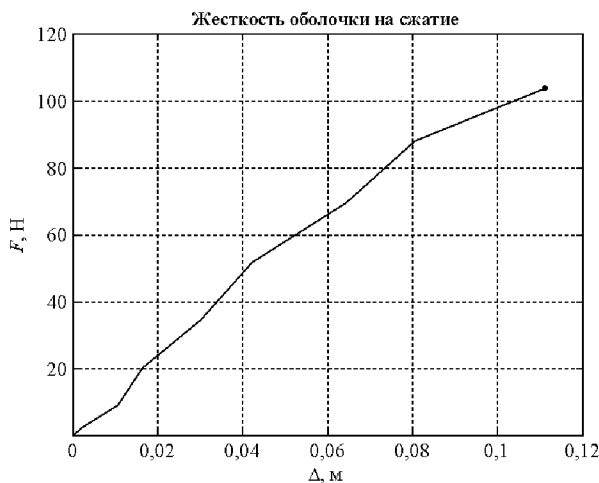


Рисунок 8 – Зависимость силы сжатия  $F$  от его величины  $\Delta$

На рис. 7 показано изменение формы меридиана при сдавливании оболочки. Интересным представляется здесь то, что на начальных этапах деформирования раздутие оболочки происходит вблизи плоскостей сдавливания, а максимальный диаметр (в плоскости симметрии) практически не изменяется. Этот факт легко проверить: достаточно слегка сжать между ладонями воздушный шарик и посмотреть, как изменится его форма. Картина в точности

повторит изображенную на рис. 7. Но при дальнейшем сжатии оболочка начинает раздуваться и в плоскости симметрии.

На рис. 8 приведен график жесткости оболочки при сдавливании. Жесткость оказывается почти линейной, с небольшой выпуклостью вверх. Работа силы  $F$ , подсчитанная как площадь под графиком, равна 6,588 Дж.

Зависимость давления  $p$  от величины сдавливания  $\Delta$ , показанная на рис. 9, существенно нелинейная. Из-за большой гибкости оболочка растягивается, и давление в ней падает. Такой же характер носит зависимость  $p$  от  $F$ , которая здесь не приводится.

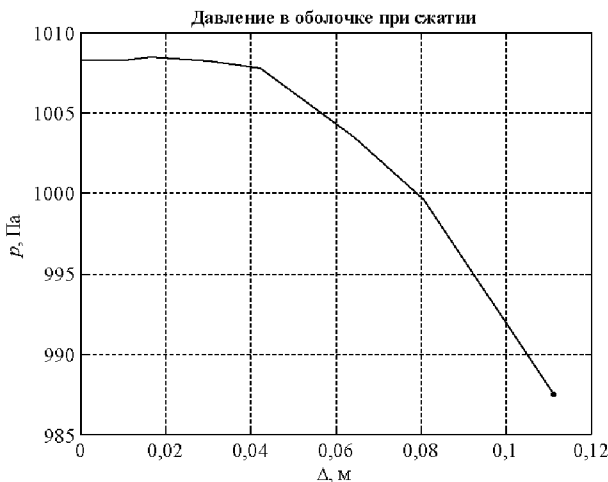


Рисунок 9 – Зависимость давления  $p$  от величины сжатия  $\Delta$

И, наконец, на рис. 10 изображена зависимость максимальной интенсивности напряжения в оболочке от  $\Delta$ . На всем протяжении процесса сжатия оболочки максимальным является меридиональное напряжение на первом участке, в районе соприкосновения оболочки и сжимающей плоскости.

## 6. Выводы

В статье предложен простой и эффективный метод исследования напряженно-деформированного состояния гибких сферических оболочек при их сжатии двумя плоскостями. Он основан на последовательном нагружении и линеаризации всех уравнений в окрестности параметров текущего состояния. Метод применим при любом законе изменения толщины в зависимости от деформаций, и при любом физическом законе деформирования.

В примере для конкретных законов деформирования и изменения толщины показаны задачи, которые можно решать с помощью этого метода: определение размеров оболочки, давления в ней и напряжений при первоначальной накачке ее

газом; исследование формы меридиана, изменение давления и напряжений в ней при последующем сжатии двумя плоскостями. Определяются также максимальное количество газа, которое можно закачать в оболочку до ее разрушения, максимальные сжимающая сила, ее работа и величина сжатия, которые выдерживает оболочка, накаченная заданным количеством газа.

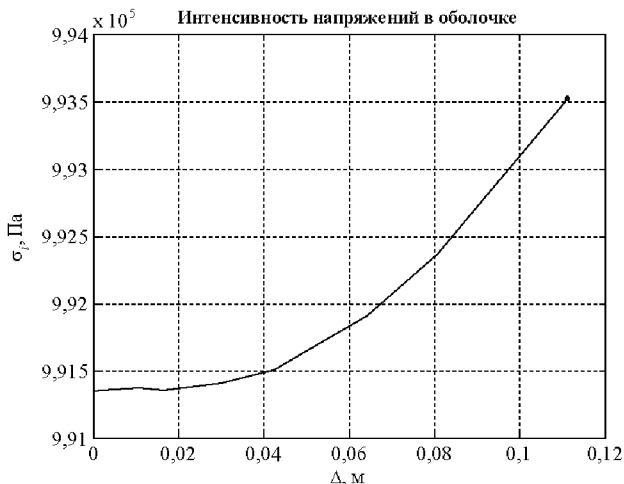


Рисунок 10 – Зависимость максимальной интенсивности напряжений от величины сжатия  $\Delta$

Целью дальнейших исследований может быть развитие этого метода для оболочек другой формы и другого вида поверхности вдавливания, решение задачи быстрого (неизотермического) сжатия, исследование пластичности, ползучести и других форм неидеального поведения.

**Список литературы:** 1. Вольмир А. С. Гибкие пластинки и оболочки. – М.: Гостехиздат, 1956. – 420 с. 2. Бидерман В. Л. Механика тонкостенных конструкций. Статика. – М.: Машиностроение, 1977. – 488 с. 3. Natori M. C., Higuchi K. etc. Adaptivity demonstration of inflatable rigidized integrated structures (IRIS). – Acta Astronautica. – Vol. 37, 1995. – P. 59-67. 4. Cadogan D., Sandy C., Grahne M. Development and evaluation of the Mars pathfinder inflatable airbag landing system. – Acta Astronautica. – Vol. 50, 2002. – P. 633-640. 5. Bouzidi R., Ravaut Y., Wielgosz C. Finite elements for 2D problems of pressurized membranes. – Computers & Structures. – Vol. 81, 2003. – P. 2479-2490. 6. Boverie S., Devy M., Lerasle F. Comparison of structured light and stereovision sensors for new airbag generations. – Control Engineering Practice. – Vol. 11, 2003. – P. 1413-1421. 7. Praday Nogueira I. A., Forlivesi F., Morel Q. The FEM applicability for the first-stage design of inflatable bodies. Iteration methodology between FD and FEM for the inherently safe re-entry capsule for YES 2. The BREOGAN leakage protection system. – Acta Astronautica. – Vol. 55, 2004. – P. 375-387. 8. Rui Pedro Ramos Cardoso. Development of one point quadrature shell elements with anisotropic material models for sheet metal forming analysis. – Universidade de Aveiro, Departamento de Engenharia Mecânica, 2002. – 227 p.

Поступила в редколлегию 27.03.2005